

文章编号: 1000-8055(2006)06-1075-05

基于固体壳单元的功能梯度材料板壳 主动控制模拟仿真

郑世杰¹, 王晓雪²

(1. 南京航空航天大学 智能材料与结构航空科技重点实验室, 南京 210016;

2. 大同职业技术学院建工系, 大同 037008)

摘 要: 基于假定自然应变法和加强假定应变法, 推导了一用于压电层合 FGM 壳静、动态主动控制模拟的固体壳单元, 该单元既可用做实体单元, 又可模拟薄曲壳结构, 在厚跨比非常小的情况下也能获得令人满意的精度。FGM 壳的性能沿厚度方向按一定体积分数幂指数分布, 并具有温度相关性, 通过改变幂指数 n , 研究了组分材料体积分数对 FGM 壳力学性能的影响。采用闭环速度反馈控制算法来模拟压电层合 FGM 壳的静、动态响应的主动控制, 算例表明了算法的有效性。

关 键 词: 航空、航天推进系统; 功能梯度材料; 压电; 固体壳; 主动控制

中图分类号: TB33, O316

文献标识码: A

The Simulation of active control of FGM plates/ shells via a solid shell element

ZHENG Shi-jie¹, WANG Xiao-xue²

(1. Aeronautical Science Key Lab of Smart Materials & Structures,

Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing, 210016, China;

2. Department of Building Engineering, University of Datong Vocational College, China)

Abstract: By using assumed natural strain and enhanced assumed strain method, a solid shell element formulation was developed for the static and dynamic control of FGM (functionally graded material) shells with piezoelectric sensor and actuator layers. This element could be used as solid element and could also be used to model thin curved shell structures. Even for a thin plate/ shell with very small thickness to length ratio, the predictions of this element were satisfactory. The properties of the FGM shell were graded in the thickness direction according to a volume fraction power-law distribution and possessed temperature-dependent properties. The effects of the constituent volume fractions on the static and dynamic responses of FGM structures were examined. A velocity feedback control algorithm coupling the direct and inverse piezoelectric effects was applied in a closed-loop system to provide feedback control of the integrated FGM plate/ shell structures. Both static and dynamic controls of FGM shells were simulated. Computing examples show that the proposed active con-

收稿日期: 2005-11-29; 修订日期: 2006-07-10

基金项目: 江苏省自然科学基金(BK2002090)和教育部留学回国人员基金资助

作者简介: 郑世杰(1968-), 男, 内蒙通辽人, 博士, 教授, 博导, 主要从事计算力学、结构健康监测、智能材料结构力学分析等方面的研究。

trol scheme is effective.

Key words: aerospace propulsion system; functionally graded material; piezoelectric; solid shell; active control

功能梯度材料(Functionally Gradient Material, 简称 FGM)是应现代航空航天领域对高温耐热材料的需求而发展起来的一种新型非均质功能复合材料^[1,2],陶瓷—金属 FGM 由陶瓷和金属的混合物制成,通过连续改变其成分百分比、结构与空隙等要素,可使其内部界面消失,性能呈连续平稳变化以具有优越的热力学性能。自 80 年代末 FGM 概念在日本被提出以来,它就受到了世界各国政府和学术界的高度重视,关于功能梯度材料力学分析方法的研究正方兴未艾。另一方面,压电陶瓷具有优越的正、逆压电效应,在复合材料健康监测、结构形状和振动主动控制中获得了广泛应用,特别是采用分布式压电传感器、驱动器的自适应层合结构越来越流行。由于分布式压电自适应层合结构的复杂性,采用传统的层合板、壳单元来模拟就会很不方便,因此许多研究者都致力于压电固体单元的研究^[2-4],但使用压电固体单元模拟厚跨比较小的结构时,会出现过高估计剪切应变能的缺陷,国内外研究者们大多都采用增加非协调函数的办法^[2-4]来克服或转而发展压电板、壳元^[5]。到目前为止,人们针对压电层合结构的力学性能进行了大量深入、系统的研究,但还很少涉及到压电层合功能梯度材料板壳的分析,在公开的文献报道中,仅见 Liew 等^[6-8]基于各种层合板理论提出的压电层合功能梯度材料板主动控制的数值模拟方法。

近年来新兴的固体壳单元^[9]克服了用于薄板、壳结构分析时过高估计剪切应变能的缺陷,且能模拟曲壳的力学响应,用于复杂结构的分析时,不需要为处理平动和转动自由度的连接而使用过渡性单元或定义额外的代数约束方程,因此受到了国内外研究者的高度关注^[5,10],但目前还未见将其用于功能梯度材料结构分析的报道。

1 功能梯度材料板模型

由 Hamilton 理论,力电耦合的变分方程可写为:

$$\int_V (\delta u)^T \ddot{u} dv + \int_V \delta \epsilon^T D \epsilon dv - \int_V D^T \delta E dv^p = \text{边界积分项} \quad (1)$$

其中:

$$\sigma = C \epsilon - e^T E; D = e \epsilon + K E \quad (2)$$

上式中 e 、 k 分别为压电应力常数和介电常数,含上标 p 的项仅适用于压电微元,不含上标 p 的项则同时适用于 FGM 微元和压电微元。

本文讨论的 FGM 板壳系由金属和陶瓷沿厚度方向按一定体积分数幂指数分布组成,上表面全部由陶瓷组成,下表面全部组分为金属,陶瓷和金属的组分百分比沿厚度方向按幂指数变化。此外由于 FGM 主要用于高温环境,其组分材料拥有温度相关性能,其力学性能随位置及温度的变化状况可表示为:

$$P_{eff}(T, z) = P_c(T) V_c(z) + P_m(T) (1 - V_c(z)) \quad (3)$$

其中:

$$V_c = \left(\frac{1 + \zeta}{2} \right)^n$$

ζ 是厚度方向的无量纲等参坐标,上表面为 1,下表面取 -1。 P_c 、 P_m 分别为陶瓷和金属的力学性能指标, V_c 是陶瓷的体积分分数, h 是 FGM 板或壳的厚度, n 是体积分数指数,由陶瓷和金属组成的 FGM 的本构方程可写为:

$$\sigma_{ij} = c_{ijkl}(z) \epsilon_{kl} \quad (4)$$

其中:

$$c_{ijkl}(z) = (\bar{c}_{ijkl} - \bar{c}_{ijkl}^m) V_c + \bar{c}_{ijkl}^m \quad (5)$$

随位置变化的 FGM 板的密度为:

$$\rho(z) = (\rho_c - \rho_m) V_c + \rho_m \quad (6)$$

将方程(2)代入方程(1),则有:

$$\begin{aligned} & - \int_V ((\delta E)^T e \epsilon + (\delta \epsilon)^T e^T E + (\delta E)^T K E) dv^p \\ & + \int_V (\delta u)^T \ddot{u} dv + \int_V \delta \epsilon^T C \epsilon dv = \text{边界积分项} \end{aligned} \quad (7)$$

2 有限元列式

八节点固体壳元的坐标、位移采用下列的标准形式:

$$\begin{aligned} X(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) (\zeta^+ X_i + \zeta^- X_{4+i}) \\ &= N_o(\xi, \eta) X + \zeta N_n(\xi, \eta) X \end{aligned} \quad (8a)$$

$$U(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{i=1}^4 N_i(\xi, \eta) (\zeta^+ U_i + \zeta^- U_{4+i})$$

$$= N_0(\xi, \eta) \underline{U} + \bar{Z} N_n(\xi, \eta) \underline{U} \quad (8b)$$

其中 $\underline{X}, \underline{U}$, 分别是单元节点坐标和单元节点位移

矢量, $N_0 = \frac{1}{2} [N_1 I_3 \cdots N_4 I_3 \quad N_1 I_3 \cdots N_4 I_3]$, $N_n =$

$\frac{1}{2} [N_1 I_3 \cdots N_4 I_3 \quad -N_1 I_3 \cdots -N_4 I_3]$, N_i 是二维

插值函数, $\bar{Z}^+ = \frac{1}{2}(1 + \bar{\zeta})$, $\bar{Z}^- = \frac{1}{2}(1 - \bar{\zeta})$.

由应变定义, 逆变应变为:

$$\epsilon_{ij} = (X_{,j}^T U_{,i} + X_{,i}^T U_{,j})/2, \text{ 其中 } i, j = \xi, \eta, \zeta \quad (9)$$

$$\epsilon_{\xi} = \begin{Bmatrix} \epsilon_{\xi} \\ \epsilon_{\eta} \\ 2\epsilon_{\xi\eta} \end{Bmatrix} = T_{\xi} \begin{Bmatrix} \epsilon_{\xi} \\ \epsilon_{\eta} \\ 2\epsilon_{\xi\eta} \end{Bmatrix}, \quad \epsilon_{\zeta} = \begin{Bmatrix} 2\epsilon_{\xi\zeta} \\ 2\epsilon_{\eta\zeta} \end{Bmatrix} = T_{\zeta} \begin{Bmatrix} 2\epsilon_{\xi\zeta} \\ 2\epsilon_{\eta\zeta} \end{Bmatrix}, \quad \epsilon_{\zeta} = T_{\zeta} \epsilon_{\zeta} \quad (10)$$

为克服横向剪切自锁、梯形自锁和厚度自锁, 分别引入如下假定自然应变模式和加强假定应变模式:

$$\tilde{\gamma}_{\xi} = [\gamma_{\xi}]_{\xi}, \tilde{\gamma}_{\eta} = [\gamma_{\eta}]_{\eta}, \tilde{\epsilon}_{\zeta} = [\epsilon_{\zeta}]_{\zeta} \quad (11)$$

$$\Delta \epsilon_{\zeta b}^{EAS} = \frac{1}{J} [1 \quad \xi \quad \eta \quad \bar{\eta}] \Delta \lambda = B_{\zeta b}^{EAS} \Delta \lambda \quad (12)$$

其中:

$$\begin{aligned} [f(\xi, \eta, \bar{\zeta})]_{\xi} &= \frac{1-\eta}{2} f(0, -1, 0) + \frac{1+\eta}{2} f(0, 1, 0), \\ [f(\xi, \eta, \bar{\zeta})]_{\eta} &= \frac{1-\xi}{2} f(-1, 0, 0) + \frac{1+\xi}{2} f(1, 0, 0), \\ [f(\xi, \eta)]_{\zeta} &= N_1 f(-1, -1) + N_2 f(1, -1) \\ &\quad + N_3 f(1, 1) + N_4 f(-1, 1) \\ \Delta \lambda &= \{\Delta \lambda_1 \quad \Delta \lambda_2 \quad \Delta \lambda_3 \quad \Delta \lambda_4\}^T \quad (13) \end{aligned}$$

此外在应变中忽略关于 $\bar{\zeta}$ 的二次项, 得:

$$\epsilon_{\xi} = \epsilon_m + \bar{\zeta} \epsilon_b = B_m \underline{U} + \bar{Z} B_b \underline{U} = B_{\xi} \underline{U} \quad (14)$$

$$\epsilon_{\eta} = B_{\eta} \underline{U} \quad (15)$$

$$\epsilon_{\zeta} = \epsilon_{\zeta m} + \bar{\zeta} \epsilon_{\zeta b}^{EAS} = B_{\zeta m} \underline{U} + \bar{Z} B_{\zeta b}^{EAS} \underline{U} = B_{\zeta} \underline{U} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} B_m &= T_{\xi} \begin{bmatrix} \underline{X}^T N_0^T \xi N_0 \xi \\ \underline{X}^T N_0^T \eta N_0 \eta \\ \underline{X}^T (N_0^T \xi N_0 \eta + N_0^T \eta N_0 \xi) \end{bmatrix}, \\ B_{\zeta m} &= T_{\zeta} \underline{X}^T N_n^T N_n \\ B_b &= T_{\xi} \begin{bmatrix} \underline{X}^T (N_n^T \xi N_0 \xi + N_0^T \xi N_n \xi) \\ \underline{X}^T (N_n^T \eta N_0 \eta + N_0^T \eta N_n \eta) \\ \underline{X}^T (N_0^T \eta N_n \xi + N_0^T \xi N_n \eta + N_n^T \xi N_0 \eta + N_n^T \eta N_0 \xi) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$B_s = T_s \begin{bmatrix} \underline{X}^T (N_n^T N_0 \xi + N_0^T \xi N_n) \\ \underline{X}^T (N_n^T N_0 \eta + N_0^T \eta N_n) \end{bmatrix},$$

其中 T_{ξ} 、 T_{η} 、 T_{ζ} 为坐标转换矩阵。

为了进一步提高计算效率, 本文中认为固体单元上下表面各存在一个电自由度, 等势面上的两个或多个单元共用同一对电自由度, 即:

$$\phi = \frac{1}{2} [1 + \bar{\zeta} \quad 1 - \bar{\zeta}] \begin{Bmatrix} \phi_{\xi} \\ \phi_{\eta} \end{Bmatrix} = \frac{1}{2} [1 + \bar{\zeta} \quad 1 - \bar{\zeta}] \phi \quad (17)$$

因只沿厚度方向施加电压激励, 故仅考虑 z 方向的电场强度方程, 为:

$$\underline{E} = \begin{Bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -\phi_{,z} \end{Bmatrix}, \text{ 其中:}$$

$$E_z = -\frac{1}{2 \|\underline{X}_n\|} [1 \quad -1] \begin{Bmatrix} \phi_{\xi} \\ \phi_{\eta} \end{Bmatrix} = -B_e \phi \quad (18)$$

将式(14)~(18)代入(7), 并近似取雅可比行列式为 $\bar{\zeta}=0$ 处的值, 经静态凝聚后得有限元单元方程:

$$\begin{bmatrix} \underline{M} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{U} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{K}_{mm} & \underline{K}_{me} \\ \underline{K}_{em} & \underline{K}_{ee} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{U} \\ \phi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \underline{F}_m \\ \underline{F}_e \end{Bmatrix} \quad (19)$$

其中:

$$\underline{K}_{me} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 2 B_0^T e^T B_e |J| d\xi d\eta$$

$$\underline{K}_{ee} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 2 B_e^T \kappa B_e |J| d\xi d\eta$$

$$\underline{K}_{mm} =$$

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \begin{bmatrix} B_0^T \\ B_n^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C & \bar{\zeta} C \\ \bar{\zeta} C & \bar{\zeta}^2 C \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_0 \\ B_n \end{bmatrix} |J| d\xi d\eta d\zeta$$

$$B_0 = \begin{Bmatrix} B_m \\ B_s \end{Bmatrix}, \quad B_n = \begin{Bmatrix} B_b \\ B_{\zeta b} \end{Bmatrix}$$

3 主动控制的数值模拟

将有限元单元方程组装, 并将电自由度分离为传感和驱动自由度两部分, 则有:

$$\begin{Bmatrix} \phi^A \\ \phi^S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} (\underline{K}_{ee}^A)^{-1} & 0 \\ 0 & (\underline{K}_{ee}^S)^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \underline{F}_e^A \\ \underline{F}_e^S \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} (\underline{K}_{me}^A)^T \\ (\underline{K}_{me}^S)^T \end{bmatrix} \underline{U} \quad (20)$$

将方程(19)中各项组装后, 把式(20)代入, 则有:

$$\underline{M} \ddot{\underline{U}} + [\underline{K}_{mm} - \underline{K}_{me} (\underline{K}_{ee})^{-1} (\underline{K}_{me})^T] \underline{U} = \underline{F}_m - \underline{K}_{me} (\underline{K}_{ee})^{-1} \underline{F}_e \quad (21)$$

考虑到压电传感元件上的外加面电荷一般为零,从而可得其输出(传感方程)为:

$$\phi^S = - (K_{ee}^S)^{-1} (K_{me}^S)^T U \tag{22}$$

$$F_m^S = K_{em}^S U \tag{23}$$

在振动控制中,多采用速度负反馈,即:

$$\phi^A = - G_v \dot{\phi}^S = - G_v (K_{ee}^S)^{-1} (K_{me}^S)^T \dot{U} \tag{24}$$

其中 G_v 为反馈增益,将式(24)代入(21),则有:

$$F_e^a = K_{em}^a U - G_v K_{ae}^a (K_{ee}^S)^{-1} (K_{me}^S)^T \dot{U}_s \tag{25}$$

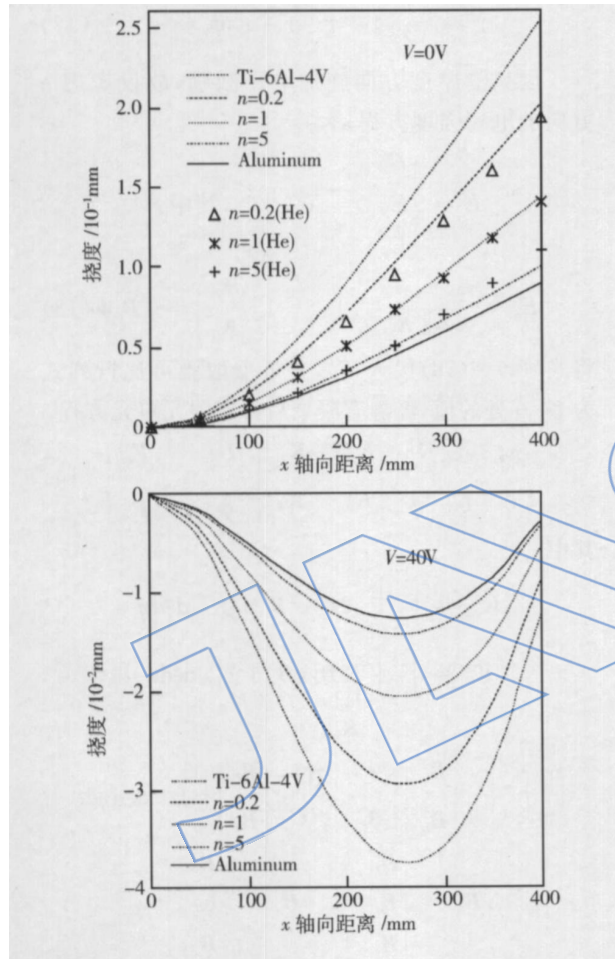


图 1 不同驱动电压时板中心线的变形

Fig.1 Centerline deflection of the FGM plate under different actuator voltage

将式(23),(25)代入(21),则得修正后的动力学方程为:

$$M \ddot{U} + \dot{C} \dot{U} + K_{mm} U = F_m \tag{26}$$

其中:

$$\dot{C} = K_{me}^A G_v (K_{ee}^S)^{-1} (K_{me}^S)^T$$

4 数值算例

4.1 静力学分析

一悬臂 FGM 方板,长 0.4 m,厚 5 mm,上下

表面均粘贴厚 0.1 mm 的 G1195N 压电层。在静力学分析中,上下表面压电层均用作驱动器,其中上层极化方向与所施加电压方向相同,下层极化方向与所施加电压方向相反,下表面受一竖直向上 100 N/ m² 的均布载荷作用,板中心线变形曲线如图 1 所示,与文献[6]的结果吻合得很好。通过改变幂指数 n 来研究 Ti-6Al-4V 成份百分比对变形的影响,随着 n 的增加,Ti-6Al-4V 成份百分比减少,当 n 趋于无穷时,FGM 板就全部由氧化铝组成,由图 1 显见随着 n 的增加,FGM 板的变形减少。进而上下表面压电层均施加 40V 但方向相反的电压,图 1 显示了不同幂指数 n 情况下板中心线在激励电压下的变形,可见通过调节激励电压,可以控制 FGM 板的形状和最大变形点的位置。

4.2 动力学分析

如图 2 所示一 FGM 圆柱壳,组分材料为氧化锆和铝,其中氧化锆和铝的弹性模量、泊松比和密度分别为: 1.51×10^{11} N/ m², 0.3, 3 000 kg/ m³, 0.70×10^{11} N/ m², 0.3, 2 707 kg/ m³。该圆柱壳直边简支,曲边自由,受均匀分布 100 N/ m² 的径向力作用,产生一相应于一阶模态形状的初始位移,载荷突然移走后产生振动,初始模态阻尼比为 0.8 %,时间积分步长为 0.000 1 s。利用结构和载荷的对称性,仅将四分之一壳体离散为 8 × 8 网格,图 3 表示不同幂指数 n 和不同控制增益情况下壳中点无量纲位移随时间的衰减情况,其中 — 代表控制增益 $G_v = 0.005$, - - - 代表 $G_v = 0$, - · - 代表 $G_v = 0.000 5$ 。

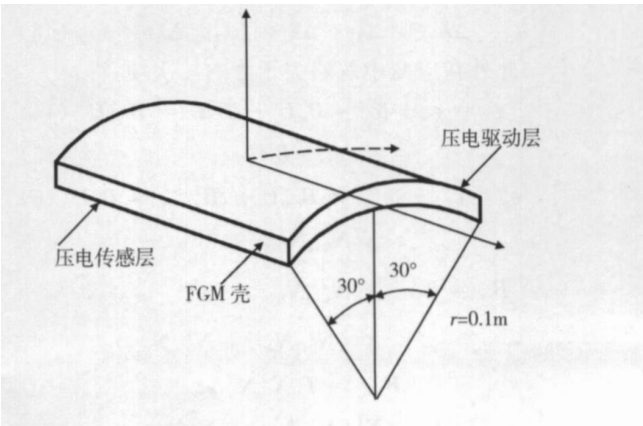


图 2 FGM 圆柱壳

Fig.2 A cylindrical FGM shell

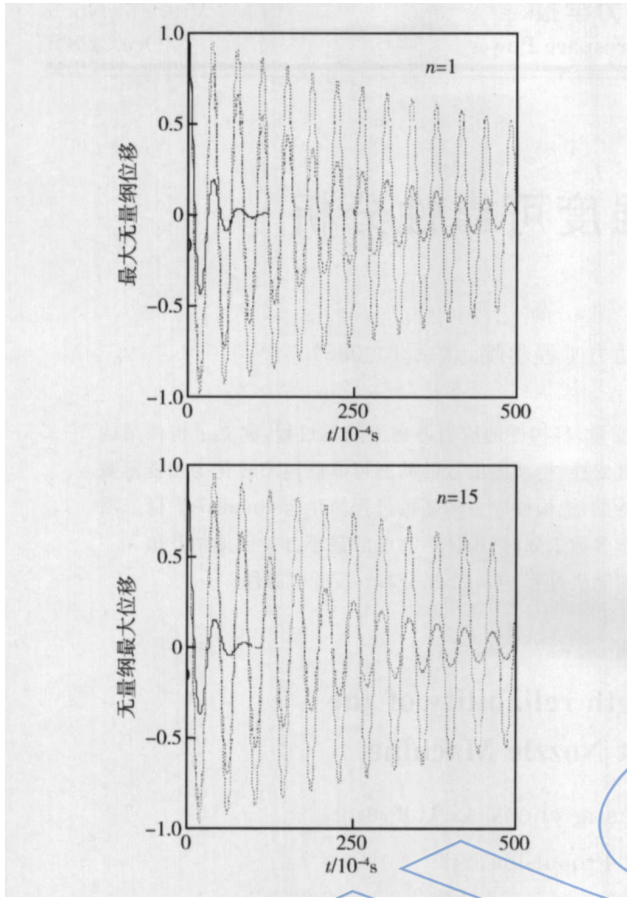


图 3 不同控制增益下 FGM 壳中点位移响应

Fig.3 Deflection response at the centre of the FGM shell with different gain values

5 结 论

推导了一个新的功能梯度材料固体壳单元,利用假定自然应变法克服了薄板壳的横向剪切自锁,采用加强假定应变法避免了固体单元用于壳体结构分析时的厚度自锁,并讨论了体积分指数对 FGM 结构静、动态力学性能的影响。基于正、逆压电效应和常速度反馈控制对 FGM 壳体的振动主动控制问题进行了数值模拟,算例表明通过选择合适的控制增益,可利用压电传感器、驱动器对 FGM 板、壳的形状和振动进行有效的控制。

参考文献:

- [1] Yamanouchi M, Hirai T, Shiota I. Prvceedings of the first intenational symposium on functionally gradient materials [R]. Proc. 1st Int. Symp Japan: 1990, vol 1 : 46-51.
- [2] Ha S K, Keilers C, Chang F K. Finite element analysis of composite structures containing distributed piezo -ceramic sensors and actuators[J]. AIAA Journal , 1992 ,30: 772-780.
- [3] Tzou H S, Tseng C I, Bahrami H. A thin piezoelectric hexaxedron finite element applied to design of smart continua [J]. Finite Elements in Analysis & Design , 1994 ,16: 27-42.
- [4] 郑世杰. 八节点压电固体单元的再研究[J]. 压电与声光, 2004 ,26(4) :321-324.
Zheng Shir-jie. The comprehensive investigation of eight node piezoelectric solid element [J]. Piezoelectrics & Acoustooptics , 2004 ,26(4) : 321-324.
- [5] Zheng Shir-jie , Wang Xin-wei , Chen Wan-ji. The formulation of refined hybrid EAS solid-shell element and its application to model smart structures containing distributed piezoelectric sensors/ actuators[J]. Smart Materials and Structures , 2004 ,13(4) : 43 - 50.
- [6] He X Q, Ng T Y, Sivashanker S, et al. Active control of FGM plates with integrated piezoelectric sensors and actuators[J]. International Journal of Solids and Structures , 2001 , 38: 1641-1655.
- [7] He X Q, Liew K M, Ng T Y, et al. FEM model for the active control of curved FGM shells using piezoelectric sensor/ actuator layers[J]. Interna -tional Journal for Numerical Methods in Engineering , 2002 , 54: 853-870.
- [8] Liew K M, He X Q, Ng T Y, et al. Active control of FGM plates subjected to a temperature gradient : Modelling via finite element method based on FSDT [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering , 2001 , 52: 1253-1271.
- [9] 郑世杰, Sze K Y. 几何非线性固体壳单元新列式的研究 [J]. 南京航空航天大学学报 , 2002 ,34(5) :423~427.
Zheng Shir-jie, Sze K Y. The research of novel formulation of solid shell element for geometrically nonlinear analysis [J]. Journal of Nanjing University of Aeronautics & Astronautics , 2002 : 34(5) : 423~427.
- [10] Sze K Y, Yao L Q. A hybrid-stress ANS solid-shell element and its generalization to smart structure modeling - part I: solid-shell element formulation , part II: smart structure modeling[J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering. 2000 , 48 :545- 582.